

# Examen de Ingreso al Posgrado en Química

## Sección de Matemáticas

INSTRUCCIONES: Este examen deberá ser devuelto al final del mismo.

1. Si  $\frac{x}{3} - \frac{x}{6} + \frac{x}{9} - \frac{x}{12} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ , ¿cuál es el valor de  $x$ ?

- A) 3,      B) 1,      C)  $\frac{1}{3}$ ,      D)  $-\frac{1}{3}$ ,      E) -3.

2. Calcule la integral  $\int_0^1 \int_0^x (xy) dy dx$ .

- A) 0,      B)  $\frac{1}{8}$ ,      C)  $\frac{1}{3}$ ,      D) 1,      E) 3.

3. Para  $x \geq 0$ , calcule  $\frac{d}{dx}(x^e e^x)$ .

- A)  $x^e e^x + x^{e-1} e^{x+1}$ ,      B)  $x^e e^x + x^{e+1} e^{x-1}$ ,      C)  $x^e e^x$ ,  
D)  $x^{e-1} e^{x+1}$ ,      E)  $x^{e+1} e^{x-1}$ .

4. Obtenga la función  $f(x,y)$  que cumple con  $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x + y$  y  $\frac{\partial f}{\partial y} = x + 2y$ .

- A)  $f(x,y) = x^2 + xy + y^2 + C$ ,      B)  $f(x,y) = x^2 - xy + y^2 + C$ ,  
C)  $f(x,y) = x^2 - xy - y^2 + C$ ,      D)  $f(x,y) = x^2 + 2xy + y^2 + C$ ,  
E)  $f(x,y) = x^2 - 2xy + y^2 + C$ .

5. Sean  $a = 4 - 3i$  y  $b = 1 + 2i$  dos números complejos. Calcule  $ab^* - a^*b$ .

- A) -22,      B) -22i,      C) 5-i,      D) 0,      E) 3-5i.

6. Calcule la integral  $\int_0^{\pi} e^{\sin^2 x} e^{\cos^2 x} dx$ .

- A)  $\pi$ ,      B)  $e\pi$ ,      C)  $e^{\pi}$ ,      D)  $e^{\sin^2 \pi}$ ,      E)  $e^{\pi} - 1$ .

7. Si  $c > 0$  y  $f(x) = e^x - cx$ , obtenga el valor mínimo de  $f(x)$ .

- A)  $f(c)$ ,      B)  $f(e^c)$ ,      C)  $f(1/c)$ ,      D)  $f(\ln c)$ ,      E) no existe.

8. Obtenga la dimensión del espacio generado por los siguientes vectores:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

- A) 2,      B) 3,      C) 4,      D) 5,      E) 6.

9. ¿En cuál de las siguientes parejas se tienen vectores ortogonales?

- A) (3,5,-1) y (2,-3,1),      B) (2,-3,1) y (4,2,-2),  
C) (0,1,1) y (1,0,-1),      D) (1,1,1) y (-1,-1,-1),  
E) (2, -3,1) y (3,2,2).

10. Una raíz del polinomio  $x^3 + 2x^2 - x - 2$  es:

- A) 2,      B) -3,      C) -2,      D)  $\frac{1}{2}$ ,      E) 0.

11. De las siguientes igualdades, indique cuál es la única correcta.

- A)  $\operatorname{sen}(a+b) = \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{sen} b$ ,      B)  $\log(a+b) = \log a + \log b$ ,  
C)  $\log(ab)^r = r(\log a + \log b)$ ,      D)  $e^{x^2} = (e^x)^2$ ,  
E)  $\operatorname{senh} x = e^x + e^{-x}$ .

12. Si  $\alpha$ ,  $\beta$ , y  $\gamma$  son matrices, ¿cuál de las aseveraciones no necesariamente es correcta:

- A)  $(\alpha\beta)\gamma = \alpha(\beta\gamma)$ ,                      B)  $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$ ,  
C)  $\alpha + \beta = \beta + \alpha$ ,                      D)  $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$ ,  
E)  $\alpha(\beta + \gamma) = \alpha\beta + \alpha\gamma$ .

13. Obtenga el valor de:  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^2 - 1}{x - 1} \right)$ .

- A) 3,            B) 0,            C)  $\forall$ ,            D) 2,            E) 1.

14. El sistema de ecuaciones  $3x + 2y = 0$ ,  $2x + 3y = 0$ :

- A) sólo tiene la solución trivial.                      B) tiene un número infinito de soluciones.  
C) tiene dos soluciones.                      D) tiene soluciones imaginarias.  
E) Ninguna de las anteriores.

15. Dadas las siguientes matrices  $\alpha = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  ;  $\beta = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  ;  $\gamma = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  y siendo I la matriz identidad. Diga cual de las siguientes propiedades no se cumple.

- A)  $(\alpha)^2 = I$ ,            B)  $\alpha\beta = \gamma$ ,            C)  $\alpha\beta + \beta\alpha = 0$ ,            D)  $\beta\gamma = \alpha$ ,            E)  $(\beta)^2 = I$ .

16. Indique en que paso del procedimiento  $A \rightarrow E$  se comete el error que conduce a la contradicción expresada en E. Considere  $a = 3$  y  $b = 5$ .

- A) Multiplicar  $a < b$  por  $a$ :                       $a^2 < ab$ .  
B) Restar  $b^2$  a la expresión anterior:                       $a^2 - b^2 < ab - b^2$ .  
C) Factorizar:                       $(a + b)(a - b) < b(a - b)$ .  
D) Dividir entre  $(a - b)$ :                       $a + b < b$ .  
E) Sustituir los valores de  $a$  y  $b$ :                       $8 < 5$ .

17. Si  $\vec{a} = 6\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$  y  $\vec{b} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - 3\hat{k}$ , calcule el producto vectorial  $\vec{a} \times \vec{b}$ .

- A)  $12\hat{i}^2 - 12\hat{j}^2 - 9\hat{k}^2$ ,                      B)  $12\hat{i} - 12\hat{j} - 9\hat{k}$ ,                      C)  $-9$ ,  
D)  $0$ ,    E)  $-3\hat{i} + 24\hat{j} - 26\hat{k}$ .

18. Para una ecuación de segundo grado,  $ax^2 + bx + c = 0$ , ¿cuál de las siguientes aseveraciones es falsa?

- A) El discriminante es  $D = b^2 - 4ac$ .  
B) Si  $D > 0$ , se tienen dos raíces reales.  
C) Si  $D = 0$ , se tienen dos raíces iguales.  
D) Si  $D < 0$ , se tienen dos raíces complejas.  
E) Si  $D = \infty$ , se tiene una raíz real y una imaginaria.

19. Calcule la derivada de  $e^{\ln x^2}$  con respecto a  $x$ .

- A)  $\ln x^2 e^{(\ln x - 1)}$ ,                      B)  $\frac{e^{\ln x^2}}{x^2}$ ,                      C)  $2x^3$ ,  
D)  $2xe^{\ln x^2}$ ,                                      E)  $2x$ .

20. Zacatecas produjo  $\frac{2}{3}$  de todo el hierro extraído en México y Guanajuato  $\frac{1}{6}$ . Si todos los otros estados combinados produjeron 18 millones de toneladas en un año, ¿cuántos millones de toneladas produjo Zacatecas?

- A) 27,              B) 36,              C) 54,              D) 72,              E) 162.

21. Sean  $a$  el área de un triángulo equilátero de lado igual a 6 unidades y  $b$  el área de un triángulo rectángulo con catetos de longitud  $\sqrt{3}$  y 9 unidades. ¿Cuál de los siguientes enunciados es correcto?

- A)  $a > b$ ,                                      B)  $b > a$ ,                                      C)  $a = b$ .  
D) La relación entre  $a$  y  $b$  no se puede determinar.

22. Siendo  $a, b$  y  $c$  números reales, ¿cuáles de los siguientes enunciados son estrictamente verdaderos?

I. Si  $a < b$  y  $ab = 0$ , entonces  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ .

II. Si  $a < b$ , entonces  $ac < bc$ , para todo  $c$ .

III. Si  $a < b$ , entonces  $a + c < b + c$ , para todo  $c$ .

IV. Si  $a < b$ , entonces  $-a > -b$ .

A) Solamente I.

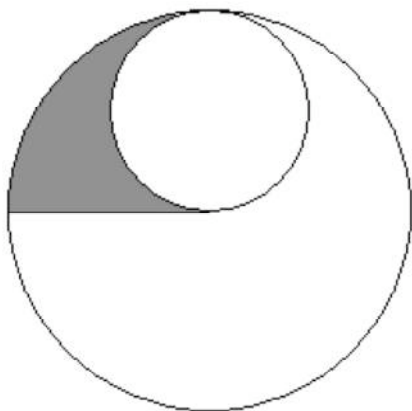
B) Solamente I y III.

C) Solamente III y IV.

D) Solamente II, III y IV.

E) I, II, III y IV.

23. En la figura siguiente, el radio del círculo grande es  $R$  y el del pequeño es  $R/2$ . ¿Cuánto vale el área sombreada?



A)  $\frac{1}{4}\pi R$ .

B)  $\frac{1}{6}\pi R^2$ .

C)  $\frac{1}{4}\pi R^2$ .

D)  $\frac{1}{5}\pi R^2$ .

E)  $\frac{1}{8}\pi R^2$ .

24. Obtenga el determinante de la matriz  $\begin{pmatrix} 3-x & 0 & 1 \\ 0 & 2-x & 2 \\ 1 & 2 & -x \end{pmatrix}$ , cuando  $x = 1$ .

A) 11,

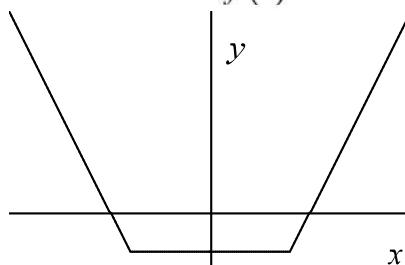
B) 0,

C) -9,

D) -11,

(E) Ninguno de los anteriores.

25. La gráfica siguiente representa a la función  $f(x)$ .



¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a la derivada de  $f(x)$ ?

